Nombres relatifs

Pour aller + loin : propriétés de la multiplication

Tout comme la multiplication du cycle trois, la multiplication entre nombres relatifs est commutative, associative et distributive sur l'addition – et la soustraction !
Et ça n'a rien d'étonnant : cette nouvelle multiplication est construite à partir de l'ancienne (en lui imposant toutefois de respecter quelques conditions supplémentaires, entre nombres relatifs. Si ça vous intéresse, vous trouverez les principes de cette construction dans le livre… mais c'est complètement hors programme).

Précision : une propriété d'une opération ne dépend pas des nombres choisis, elle est « toujours vraie » (sinon, ce n'est PAS une propriété !) Vous pouvez donc remplacer les nombres des exemples suivants par ceux de votre choix.

La multiplication est commutative : 5 × (-3) = **-15** *et* (-3) × 5 = **-15**

Une opération est commutative si, lorsque vous en intervertissez les deux termes, vous n'en modifiez pas le résultat.

Pourquoi « commutative » ? Pour exprimer l'idée que vous pouvez ***commuter*** (changer de position) les deux termes sans influer sur le résultat.
(Un « commutateur électrique » bascule d'une position à une autre)

La multiplication est associative : $\big((-5) \times 3\big) \times 8 = (-15) \times 8 = \mathbf{-120}$ *et* $(-5) \times \big(3 \times 8\big) = (-5) \times 24 = \mathbf{-120}$

Une opération est associative si, lorsque vous en enchaînez deux à la suite, commencer par celle de gauche ou par celle de droite ne modifie pas le résultat final.

Pourquoi « associative » ? Pour exprimer l'idée que vous pouvez ***associer*** au choix le nombre central à celui de gauche ou à celui de droite sans influer sur le résultat final

Enchaînement de multiplications **:** $m = -5 \times (-18) \times 4 \times (-20) \times (-25)$

Parce que la multiplication est commutative et associative, vous pourrez (comme pour les additions) disposer les nombres de cet enchaînement dans un ordre différent sans en modifier le produit.
Vous verrez dans la feuille n° 19 comment cela peut vous simplifier les calculs (m se calcule « de tête »).

La multiplication est distributive sur l'addition (et la soustraction)

$$(-4) \times \big(5 + (-8)\big) = (-4) \times (-3) = \mathbf{12} \quad et \quad \big((-4) \times 5\big) + \big((-4) \times (-8)\big) = (-20) + 32 = \mathbf{12}$$

Ou ***le produit d'une somme est égal à la somme des produits*** :

sur notre exemple, vous pouvez au choix calculer le *produit* par (-4) *de la somme* 5 + (-8) ou « distribuer la multiplication par (-4) » sur chacun des termes de cette somme, puis calculer la *somme des produits* obtenus : le résultat final est le même.

Et pour la soustraction ? *le produit d'une différence est égal à la différence des produits* :

Calculez $(-4) \times \big(5 - 8\big)$ puis $\big((-4) \times 5\big) - \big((-4) \times 8\big)$ … vous trouverez toujours 12 !

Notes :