

# Nombres rationnels

## Fractions et écritures fractionnaires

### Une fraction est un nombre relatif

La fraction est l'écriture conventionnelle (*donc par convention*) de tout nombre rationnel (même si pour certains d'entre eux - les entiers et les décimaux - ce n'est pas la plus utilisée) :

qu'une fraction soit positive ou négative, son écriture est composée de deux nombres entiers **positifs** superposés - son *numérateur* et son *dénominateur* (*qui ne peut pas être nul !*) - séparés par une barre horizontale, l'ensemble étant précédé par le symbole « - » d'opposition lorsque la fraction est négative.

Si nous appelons  $n$  (pour *numérateur*) et  $d$  (pour *dénominateur*) 2 nombres **entiers positifs** - avec  $d$  différent de 0 :

$\frac{n}{d}$  est le résultat exact de la division de  $n$  par  $d$   
Il s'agit d'un nombre **positif** !

$\left(-\frac{n}{d}\right)$  est le nombre opposé à  $\frac{n}{d}$   
Il s'agit d'un nombre **négatif** !

Nous vérifierons, après avoir étendu la multiplication aux fractions, que  $\frac{n}{d} \times d = n$  et  $\left(-\frac{n}{d}\right) \times d = (-n)$

### Méfiez-vous des « contrefractions » !

Les seules fractions « authentiques » ont pour numérateur et pour dénominateur des nombres **entiers positifs**, donc aucune des écritures suivantes n'est celle d'une fraction :

$$\frac{(-4)}{3} \quad \frac{4}{(-3)} \quad \frac{(-4)}{(-3)} \quad \frac{2}{1,5} \quad \frac{4,5}{8} \quad \frac{4,5}{2,5} \quad \frac{\pi}{1,5} \quad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \frac{2^3}{4}$$

Ce sont toutes des divisions (ou même, pour la dernière, une succession de 2 opérations), dont les résultats peuvent être des fractions - ceux des 6 premières et de la dernière - ou pas (ceux des 2 autres).

Les mathématiciens utilisent très fréquemment ces écritures, qu'ils appellent des « **écritures fractionnaires** », parce que, dans une ligne de calcul, leur comportement est très proche de celui d'une fraction. Mais ils ne s'y trompent pas, ils savent évidemment qu'il s'agit d'opérations, pas de nombres.

Ils s'y trompent même si peu qu'ils ne les lisent pas comme des fractions :

lorsqu'ils voient  $\frac{45}{8}$  (qui est une fraction), ils lisent « 45 **huitièmes** ».

« Huitième(s) » est ici l'équivalent d'un nom de famille :  $\frac{45}{8}$  représente l'élément numéro 45 de cette famille de fractions. Ce « ...ième » final est la « signature orale » d'une fraction - avec quatre exceptions historiques : unité, demi, tiers et quart.

Mais lorsqu'ils voient  $\frac{4,5}{8}$  (qui est une division), ils lisent simplement « 4,5 **sur 8** » !

Notes :